



项目批准号	19971048
学科代码	A01010406
归口管理部门	
收件日期	

# 国家自然科学基金 资助项目结题报告

资助类别： 面上项目

亚类说明： 自由申请项目

附注说明： \_\_\_\_\_

项目名称： 集论拓扑在广义度量理论和覆盖理论的应用

负责人： 林寿 电话： 0593-2955127

E-mail : linshou@public.ndpptt.fj.cn

依托单位： 宁德师范高等专科学校

联系人： 蔡永香 电话： 0593-2955125

资助金额： 14.0000(万元) 累计拨款： 14.0000(万元)

执行年限： 2000年01月至2002年12月

填表日期：2003年3月3日

国家自然科学基金委员会制（2002年11月）

## 关于填报《国家自然科学基金资助项目结题报告》的说明

- 一. 国家自然科学基金资助项目结束后，项目负责人须按要求认真填报《国家自然科学基金资助项目结题报告》（简称《结题报告》），以此作为资助项目研究工作的重要档案，并作为项目验收和评估的主要依据。
- 二. 项目负责人及其合作者应认真阅读国家自然科学基金资助项目和经费管理的有关规定、办法（查阅 <http://www.nsf.gov.cn/02/index0203.htm>），在项目研究工作的基础上，实事求是地撰写《结题报告》并提供必要的附件材料，保证填报内容真实、数据准确。
- 三. 项目依托单位按规定要求认真审查，确保材料齐全，连同所在单位的《国家自然科学基金资助项目财务决算表》，在次年申请项目时（一式二份）统一报送国家自然科学基金委员会。
- 四. 自然科学基金委负责跟踪和管理结题项目的成果，根据情况在 2-3 年后对项目执行情况进行评估。请项目负责人在结题后三年内继续提供项目研究后期正式发表或公布的成果，一并存档并作为项目管理和评估的依据。
- 五. 《结题报告》由**报告正文、研究成果目录表、统计数据表、审核意见表和附件**等部分组成，有关格式和撰写说明详见“**国家自然科学基金资助项目《结题报告》撰写提纲**”。

注：国家自然科学基金强调科学道德和良好的学风，反对弄虚作假和浮躁作风，要求认真工作、填报材料实事求是。基础研究允许探索和失败，特别是面上项目，关键看工作状况和发展态势。如有这种情况，也请在报告中实事求是地反映出来，各科学部及专家在评价中要掌握好度。



## 国家自然科学基金资助项目

### 《集论拓扑在广义度量理论和覆盖理论的应用》(19971048)

#### 结题报告正文

##### 摘要

集论拓扑学是点集拓扑学与公理集合论、数理逻辑等分支相互渗透发展起来的研究方向。借助集论拓扑的新成就，本项目围绕由 J. van Mill 和 G. M. Reed 编辑的《拓扑学中尚未解决的问题》(North-Holland, 1990)中所涉及的广义度量理论，覆盖理论以及序拓扑的有关问题进行探讨，在点可则结构、序列覆盖映射、度量化因子分解定理、g 函数方法、亚紧空间性质和序空间正规性等方面取得了丰富成果，回答了拓扑学家 J. Nagata, Y. Tanaka 等提出的问题。

**关键词：**集论拓扑；广义度量理论；覆盖理论；序拓扑

##### ABSTRACT

Set theoretic topology is a study direction from mathematical branches of point-set topology, axiomatic set theory, mathematical logic and so on. Centring on Open Problems in Topology(North-Holland, 1990) edited by J. van Mill and G. M. Reed, this item discusses some related questions about generalized metric theory, covering theory and order topology by new advances in set theoretic topology. The rich results are obtained containing point-regular structures, sequence-covering mappings, metrizable factorization theorems, g-function methods, properties of meta-compact spaces and normalities of order spaces etc., and some problems posed by topologies A. Arhangel'skii, Y. Tanaka and the others are answered.

**Keywords:** set theoretic topology; generalized metric theory; covering theory; order topology

#### 1、研究计划要点及执行情况概述

点集拓扑学与公理集合论、数理逻辑等分支相互渗透发展起很具活力的研究方向：集论拓扑学。集论拓扑学的新发展为解决点集拓扑学中的许多经典问题带来了生机。本项目在已取得的良好工作基础上，应用集论拓扑的新成就，围绕专著《拓扑学中尚未解决的问题》中所涉及的广义度量理论，覆盖理论以及序拓扑的有关问题，已取得一批有特色、有影响的成果。

项目的研究始终按计划进行，执行的结果主要反映在完成的 2 本专著(45 万字)，发表的 38 篇论文及培养的 12 位博士或硕士研究生等工作中。



## 2、研究工作主要进展和所取得的成果

下面分别以集论拓扑在广义度量理论、覆盖理论、序拓扑及其它方面的应用成果叙述项目进展情况。

2.1. 广义度量理论的新发展得益于度量化问题的深刻背景及解决经典问题的原动力。林寿教授的专著《点可数覆盖与序列覆盖映射》(科学出版社, 2002)综述了 20 世纪 90 年代的广义度量空间理论, 着力研究点可数覆盖、点有限覆盖列、遗传闭包保持覆盖与星可数覆盖等描述的广义度量性质, 介绍了作者及其合作者(如燕鹏飞教授, 刘川教授, 李进金教授)对于点集拓扑学家 A. Arhangel'skii, E. Michael, K. Nagami, Y. Tanaka, N. Velichko 等提出问题的解决情况。著名拓扑学家 A. Arhangel'skii 教授在该书的序言(译成中文)中写道:“这本专著结合映射的一般方法对用覆盖或网络来定义的许多广义度量空间类进行了系统的研究, 论述了作为一般拓扑学中心领域之一的空间与映射相互分类理论的现状。作者林寿教授及其合作者、同事对该理论作出了较大的贡献, 得出了重要且往往相当出乎意料的结果。…”

我想提一提该专著的另一个令人高兴的方面。它的出现标志了一般拓扑学在中国长期发展的成功, 这个发展造就了一群极具创造力的中国数学工作者, 使他们做出了对一般拓扑学主流方向的闪光的重要贡献。”

在  $g$  函数、弱  $g$  函数刻画度量空间和广义度量性质方面, 高智民教授等解决了著名拓扑学家 J. Nagata 提出的两个问题, 推广了有关的研究结果, 特别是把它们与  $g$  度量空间联系起来, 为建立广义度量性质中统一的  $g$  函数方法提供了重要依据, 具有良好的发展前景。

2.2. 覆盖理论的近期发展很大程度上取决于集论拓扑的新成就。江守礼教授等在单调  $ortho$  紧空间及几乎亚紧空间方面取得突破, 使用可递邻域系描绘了  $ortho$  加细空间的丰富结构, 研究了与亚紧空间问题相关的几乎亚紧空间和几乎次亚紧空间的性质, 论述了可数  $S(2)-\theta$  闭空间的特性, 回答了 D. Dikranjan 和 E. Giuli 的问题。

2.3. 序拓扑的研究成果不仅在内容上充实了一般拓扑学, 而且借助集论拓扑的手段也给一般拓扑学中的一些经典问题(如乘积空间的正规性或覆盖性质)的解决打开了突破口。王尚志教授等主要研究了  $GO$  空间乘积的正规性, 发现了  $GO$  空间的最小线性序紧化中点的共尾数能很好地反映  $GO$  空间的性质, 从而把  $GO$  空间和序数空间联系起来, 推广了 N. Kemoto 的工作, 解决了关于两个  $GO$  空间乘积的覆盖性质与正规性质方面的一些遗留问题。

2.4. 项目组成员还讨论了 fuzzy 拓扑、图象空间及函数空间中的一些相关问题。如, 研究了  $L$ -fuzzy 拓扑空间弱分离性与 Scott 拓扑; 建立了关于图象空间中相关算子的连续性, 消除了此方面长期存在的一些理论缺陷; 探索了集开拓扑下函数空间的弱第一可数性, 在原国家自然科学基金资助项目《函数空间的拓扑性质》(编号 19501023)的基础上充实且完成了书稿



《度量空间与函数空间的拓扑》(27万字)等. 为拓展研究领域奠定了进一步的基础.

这些成果已开始被国内外刊物所引用, 受到一些资深拓扑学家的好评.

本项目开题时项目组成员拟定的分工如下: 林寿教授项目主持人, 参加集论拓扑和广义度量理论的工作; 高智民教授从事集论拓扑和度量化理论的工作; 江守礼教授从事集论拓扑和覆盖理论的工作; 王尚志教授从事集论拓扑和序拓扑的工作.

### 3、国内外学术合作交流与人才培养情况

林寿教授以福建师范大学为依托, 组织了 2001 年福州一般拓扑学学术会议. 该会议于 2001 年 8 月 13 日至 18 日在福州市和武夷山市举行, 来自国内 16 所高校, 1 所中学的 23 位代表参加了会议, 14 位代表作了学术报告, 其中姜伯驹院士作了“欧氏空间反定向同胚的不动点集”的精彩报告. 《中国数学会通讯》2001 年第 3 期报道了会议简况.

江守礼教授应邀参加了 2000 年美国夏季拓扑会议和 2002 年澳大利亚夏季拓扑会议, 并分别在会议上作大会报告. 江守礼教授还于 2001 年 1 月应邀在芬兰赫尔辛基大学进行学术访问.

研究生培养情况如下(均为拓扑学方向)

博士 6 名(毕业 3 名, 在读 3 名)

- 3.1. 李进金, “局部可分度量空间的映象及其相关结果”(导师江守礼), 2000 年 7 月毕业
- 3.2. 燕鹏飞, “映射理论及其在 Michael 选择中的应用”(导师江守礼), 2002 年 7 月毕业
- 3.3. 马利文, “正则不可数基数反映 GO-空间的性质”(导师王尚志), 2002 年 7 月毕业
- 3.4. 许玉铭, 导师江守礼, 预计 2004 年 7 月毕业
- 3.5. 秦静, 导师江守礼, 预计 2004 年 7 月毕业
- 3.6. 冯自勤, 导师江守礼, 预计 2006 年 7 月毕业(硕博连读)

其中李进金(现在福建漳州师范学院)入选福建省“百千万人才”工程人选, 燕鹏飞(现在安徽大学)入选安徽省高校中青年学术带头人培养对象.

硕士 6 名(毕业 2 名, 在读 4 名)

- 3.7. 王汉锋, “关于 filter-Fréchet 空间与强 filter-Fréchet 空间”(导师江守礼), 2002 年 7 月毕业
- 3.8. 包振华, “图象空间中的拓扑结构及其性质”(导师高智民), 2003 年 2 月答辩
- 3.9. 朱金才, 导师林寿, 预计 2003 年 6 月毕业
- 3.10. 姜楠, 导师江守礼, 预计 2004 年 7 月毕业
- 3.11. 杨京京, 导师江守礼, 预计 2004 年 7 月毕业
- 3.12. 陈斌, 导师江守礼, 预计 2005 年 7 月毕业



综上所述, 项目组各成员基本上能完成拟定的计划. 就总体而言, 项目圆满完成.

#### 4、经费使用情况的说明

项目批准经费 14 万元, 至 2002 年 12 月 31 日已使用 14 万元. 经费的使用按国家自然科学基金委员会的财务管理办法, 严格执行预算计划. 在项目的执行期内项目负责人林寿教授争取了三项经费(计 6 万元)也如数用于项目的研究工作: 一是, 福建省自然科学基金对该项目的配套经费 3 万元(编号 F00010); 二是, 林寿教授的专著《点可数覆盖与序列覆盖映射》受中共中央统战部华夏英才基金的出版资助经费 2 万元(2001 年 1 月批准); 三是, 林寿教授在宁德师范高等专科学校获学术带头人专项资助经费 1 万元全部用于补贴专著的出版及 2001 年福州一般拓扑学学术会议的经费.

#### 5、存在的问题、建议及其他需要说明的情况

本项目基本达到了预期目标, 在点可则结构、序列覆盖映射、度量化的因子分解定理、 $g$  函数方法、亚紧空间性质和序空间正规性等方面取得了丰富成果, 对于点集拓扑学中最困难的  $M_7$  空间问题, MOBI 问题也获得了部分结果. 这为今后进一步的研究提供了必不可少的基础性工作.



附表1、基金项目研究成果目录（栏目不够可自行增加）

序号	成果类型	成果或论文名称	主要完成者	成果说明	标注状况
1	专著	点可数覆盖与序列覆盖映射	林寿*	科学出版社, 2002年8月, 18万字, 2000册	标注资助号
2		度量空间与函数空间的拓扑	林寿*	2003年3月完成, 27万字, 计划2004年出版	标注资助号
1	期刊论文	关于序列覆盖紧映射	林寿*, 燕鹏飞	数学学报, 44(1), 175-182, 2001年1月	标注资助号
2		关于序列覆盖 $\pi$ 映射	林寿*, 周友成, 燕鹏飞	数学学报, 45(6), 1157-1164, 2002年11月	标注资助号
3		Regular covers and metrization	林寿*	Bull. Pol. Acad. Sci. Math., 50(4), 427-432, December 2002	标注资助号
4		90年代的广义度量空间理论	林寿*	数学进展, 31(6), 503-509, 2002年12月	标注资助号
5		关于D. Burke和E. Michael的一个定理	林寿*, 燕鹏飞	数学年刊, 22(6), 707-714, 2001年12月	标注资助号
6		广义度量空间理论的若干新进展	林寿*	福建师大学报(自然科学版), 16(4), 22-26, 2000年12月	标注资助号
7		Spaces with compact-countable k-systems	李进金*, 林寿	Acta Math. Hungary, 93(1-2), 1-6, 2001	标注资助号 SCI收录
8		Point-countable k-networks, $cs^*$ -networks and $\alpha_4$ -spaces	燕鹏飞, 林寿*	Topology Proceedings, 24(Spring), 345-354, January 2001(1999年投稿)	标注资助号
9		Isolated chain recurrent points of some continua	周丽珍, 林寿*	数学进展, 30(5), 459-463, 2001年10月	标注资助号
10		$\omega M$ 空间的分解定理	严力, 林寿*	福建师大学报(自然科学版), 18(1), 5-7, 2002年3月	标注资助号
11		Some remarks on g-functions	高智民*, Y. Yasui	Topology Proceedings, 24(spring), 165-172, January 2001(1999年投稿)	标注资助号
12		Topological structure for the space consisting of images	高智民*, Y. Yasui	Sci. Math. Japonica, 53(2), 305-310, 2001	标注资助号



13	期刊论文	The continuity on pattern recognitions	高智民*, Y. Yasui	Sci. Math. Japonica, 53(2), 311-316, 2001	标注资助号
14		The continuity of operators in pattern morphology	高智民*, 杨忠强, Y. Yasui	Sci. Math. Japonicae, 55(3), 563-566, 2002	标注资助号
15		The continuity of operators in mathematical morphology	高智民*, 杨忠强	Math. Acta Sci., 22B(4), 507-511, 2002	标注资助号
16		局部可分度量空间的映象及其相关结果	江守礼*, 李进金	松辽学刊, (3): 1-6, 2000年8月	标注资助号
17		L-fuzzy拓扑空间的相对乘积空间与 $ST_i$ 分离性( $i=1,2$ )	江守礼*, 李进金	山东大学学报(理学版), 37(4), 298-301, 2002年8月	标注资助号
18		On Monotonically orthocompact spaces	江守礼*, 许玉铭	Reports of Auckland Univ., No. 491, 1-6, November 2002	标注资助号
19		k-covers and certain quotient images of paracompact locally compact spaces	李进金*	Acta Math. Hungar., 95(4), 281-286, 2002	标注资助号 SCI收录
20		关于序列覆盖s映射的注记	李进金*, 蔡伟元	数学学报, 43(4), 757-762, 2000年7月	标注资助号
21		仿紧局部紧空间的序列覆盖L-映象	李进金*	数学进展, 29(5), 457-463, 2000年10月	标注资助号
22		关于几乎亚紧空间的一个注记	许玉铭*	山东大学学报(自然科学版), 36(4), 382-385, 2001年12月	标注资助号
23		关于K网的一个问题	燕鹏飞*	山东大学学报(自然科学版), 36(4), 379-381, 2001年12月	标注资助号
24		两个GO-空间乘积的正规性	马利文*, 王尚志	数学学报, 45(2), 399-404, 2002年3月	标注资助号
25		两个序数 $\mu, \nu$ 的乘积空间是有小于 $\lambda=\min\{cf\mu, cf\nu\}$ 点可缩性质的空间	马利文*, 王尚志	首都师范大学学报(自然科学版), 23(1), 10-13, 17, 2002年3月	标注资助号
26		Sequence-covering cs-images of metric spaces	李进金*, 林寿	Sci. Math. Japonica, 3(3), 399-404, November 2000	未标资助号
27		On sequence-covering strong s-mappings	李进金*, 江守礼	Indian J. Pure Appl. Math., 31(10), 1297-1301, October 2000	未标资助号 SCI收录
28		On spaces with a locally countable weak base	李进金*, 江守礼	Far East J. Math. Sci, (Geometry and Topology Special Volume), Part I: 15-24, 2000	未标资助号





29	期刊论文	Countably $S(2)$ - $\theta$ -closed spaces	王树泉*, 江守礼	Far East J. Math. Sci, (Geometry and Topology Special Volume), Part II: 133-138, 2000	未标资助号
30		Remarks on the sobriety of Scott topology and weak topology on posets	贺伟*, 江守礼	Comment. Math. Univ. Carolinae, 43(3), 531-535, 2002	未标资助号
31		可数网空间及D-空间	郑艳霞*, 王尚志	首都师范大学学报(自然科学版), 21(1), 1-7, 2000年3月	未标资助号
32		关于mosaic空间的性质	牟磊*, 王尚志	首都师范大学学报(自然科学版), 22(4), 10-13, 2001年12月	未标资助号
33		On J. Nagata's question	高智民*	Math. Japonica, 51(1), 49-52, 2000	空白
34		弱基与覆盖性质	林寿*	数学进展, 已录用	标注资助号
35		Notes on cfp-covers	林寿*, 燕鹏飞	Comment. Math. Univ. Carolinae, 已录用	标注资助号
36		$k_\omega$ -spaces and Y. Tanaka's question	林寿*, 李进金	Acta Math. Hungar, 已录用	标注资助号
37		关于L-fuzzy拓扑分离性的弱同胚不变性质	李进金*, 江守礼	数学进展, 已录用	标注资助号
38		On sequence-covering k-mappings	李进金*, 江守礼	Indian J. Pure and Applied Math., 已录用	标注资助号
1	会议论文	Metrizability is preserved by closed and sequence-covering maps	燕鹏飞, 林寿, 江守礼*	国际, 大会报告, 2000' Summer Conference on Topology and its Applications, Miami Univ., Oxford, Ohio, USA, June 26-29	
2		On Monotonically orthocompact spaces	江守礼*, 许玉铭	国际, 大会报告, 17th Summer Topology Conference, Auckland, New Zealand, July 1-4, 2002	
3		某些广义度量空间的覆盖性质	林寿*	国内, 大会报告, 2001福州一般拓扑学学术会议, 8月13-18日	
4		关于L-fuzzy拓扑分离性的弱同胚不变性质	李进金*, 江守礼	国内, 大会报告, 2001福州一般拓扑学学术会议, 8月13-18日	
5		GO-空间乘积的正规性的充分必要条件	马利文*, 王尚志	国内, 大会报告, 2001福州一般拓扑学学术会议, 8月13-18日	



6	会议论文	$k_\omega$ 空间与Y. Tanaka的一个问题	林寿*, 李进金	国内, 大会报告, 2001福州一般拓扑学学术会议, 8月13-18日	

- 注1、 “成果类型”栏，分为“专著 / 期刊论文 / 会议论文 / 专利 / 获奖 / 其他”六类，请归类集中填写并单独编号；  
注2、 “成果说明”栏，用于填写如刊物名、获奖类别、级别等必要的说明和便于其他人查询的信息，具体要求见撰写提纲；  
注3、 “标注状态”栏，用于说明有无标注“自然科学基金资助”及项目批准号等，具体要求见撰写提纲。



**附表2、基金资助项目统计数据表**（本表是针对各种性质基金项目收集数据以便进行整体资助效果分析使用，并非要求每个项目都具有以下各类成果，特别是成果推广栏目，主要针对重大项目或一些得到应用的项目，没有可空白不填。）

获奖 (项)	国家级						省部级				国际 学术奖	其它			
	自然科学奖		科技进步奖		发明奖		自然科学奖		科技进步奖		0	0			
	一等	二等	一等	二等	一等	二等	一等	二等	一等	二等					
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			0	0	
专著/ 论文 (篇)	发表论文数（含已录用稿件数）						四大检索系统				专著				
	国际会议		全国性会议				收录情况				中文		外文		
	特邀 报告	分组 报告	特邀 报告	分组 报告	国际 刊物	国内核 心刊物	国内一 般刊物	SCI	EI	ISTP	ISR	已出 版	待出 版	已出 版	待出 版
	2	0	2	2	17	15	6	3				1	1		
专利及 其它	专利（项）				成果推广及经济效益			其它成果							
	国内		国外		可推广 项数	已推广 项数	经济效 益（万 元）	软件/ 数据库	图表/ 图集	新仪器/ 新方法	鉴定及 其它				
	申请	批准	申请	批准											
人才培 养及学 术交流	人才培养（人）						举办学术会议次数及参加人数								
	博士后		博士		硕士		中青年学术带头人		国际		国内		出国参加国际学术会议人数		
	在站	出站	在读	毕业	在读	毕业	40岁以下	40-50岁	次数	人数	次数	人数	次数	人数	
		3	3	4	2	1	1	0	0	1	23	2	2		

注：此表统计数据必须与表2成果目录表和报告正文中的说明相一致。如有国际学术奖、软件、图集、组织国际会议等，具体内容须在报告正文中描述。



### 项目负责人签字及审核意见表

<b>项目负责人承诺：</b> 我所承担的项目（编号：19971048名称：集论拓扑在广义度量理论和覆盖理论的应用）结题报告内容填写实事求是，数据详实。在今后的研究工作中，如有与本项目相关的成果，将标注“国家自然科学基金资助”，并报送国家自然科学基金委员会。					负责人（签章）： 日期：
<b>项目依托单位科研管理部门审查意见：</b>					经办人（签章）：                      单位公章： 日期：
<b>科学处审核意见：</b>					负责人（签章）： 日期：
完成情况 综合评分 （划√）	优	良	中	差	负责人（签章）： 日期：
<b>科学部核准意见</b> （对重点、重大、国家杰出青年科学基金项目）：					负责人（签章）： 日期：
<b>评估组或委领导意见</b> （主要对后期评估和重点、重大、国家杰出青年基金等特殊项目）：					组长或委领导（签章）： 日期：