第5卷第3期 苏州大学学报(自然科学) Vol.5 No.3
1989年7月 JOURNAL OF SUZHOU UNIVERSITY (NATURAL SCIENCE) Jul. 1989

关于空间和映射

——献给高国士教授70寿辰

林 寿*
(福建省宁德师范专科学校)

摘 要：本文综述在拓扑空间论的研究中具有一定作用的一百多个拓扑空间类在商映射、闭映射，具有$Lindelöf$纤维的闭映射，完备映射，有限到一闭映射，开映射，开紧映射和有限到一开映射作用下的不变性和逆不变性。

关键词：商映射，闭映射，开映射，紧映射。

1961年P. $Alexandroff$在布拉格一般拓扑学学术会议上提出通过映射研究空间的设想，其基本问题之一是拓扑性质在映射作用下的不变性和逆不变性。目前，考虑特定性质的拓扑空间类在各种映射作用下的行为已成为一般拓扑学研究的重要课题之一。为今后进一步研究的需要，我们综述在拓扑空间论的研究中具有一定作用的一百多个拓扑空间类在商映射，闭映射，具有$Lindelöf$纤维的闭映射，完备映射，有限到一闭映射，开映射，开紧映射和有限到一开映射作用下的不变性和逆不变性。

本文所论空间至少假定是$Hausdorff$空间。映射均指连续的满映射。对于拓扑空间X，Y及映射f：$X\to Y$。称f是商映射，如果V是Y的开子集当且仅当$f^{-1}(V)$是X的开子集。称f是闭映射（开映射），如果X的任一闭（开）子集在f下的象是Y的闭（开）子集。称f是L映射（紧映射，有限到一映射），如果对于$y\in Y$，$f^{-1}(y)$是X的$Lindelöf$（紧，有限）子空间。闭且紧映射通常称为完备映射。我们所讨论的映射类之间的关系如图1。

$$
\begin{array}{ccccccc}
\text{有限到一闭映射} & \longrightarrow & \text{完备映射} & \longrightarrow & \text{闭}L\text{映射} & \longrightarrow & \text{闭映射} \\
 & & & & & & \downarrow \\
\text{有限到一开映射} & \longrightarrow & \text{开紧映射} & \longrightarrow & \text{开映射} & \longrightarrow & \text{商映射}
\end{array}
$$

图1 映射类之间的关系

1 空间与映射

表1列出110个拓扑性质在相应映射作用下的不变性或逆不变性。

收稿日期：1988—12—27
* 苏州大学数学系1984级研究生。
** 福建省教委科学基金资助课题。

表1：列出110拓扑性质的不变性和逆不变性

编号	映射 / 空间	有限到一开 象	有限到一开 逆象	开紧 象	开 象	有限到一闭 象	有限到一闭 逆象	完备 象	完备 逆象	闭L 象	闭L 逆象	闭 象	商 象
1	ℵ (T_3)	− [1]	− [1]	−	−	+	− [2]	+	−	+ [3]	−	− [3]	−
2	$\aleph_0(T_3)$	?	− [1]	?	− [4]	+	− [2]	+	−	+	−	+ [4]	−
3	*Baire*	+	?	+	⊕	?	?	− [5]	?	−	− (6)	−	−
4	*BCO*	3 +	− [1]	3 + [6]	− (2)	+	− [2]	+ [7]	−	− (3)	−	−	−
5	β	+ [1]	− [1]	− [1]	−	+	+	+	+ [8]	+	− (6)	+ [3]	−
6	*CCC*	+	?	+	+	+	?	+	− (5)	+	−	+	⊕
7	*Cech*完备$(T_{3\frac{1}{2}})$	?	− [1]	− [9]	−	+	+	+ [10]	+ [10]	− (3)	− (6)	−	−
8	集态正规	− [1]	− [1]	−	−	+	?	+	− [11]	+	−	+ [11]	−
9	紧	+	− [1]	+	+	+	+	+	⊕	+	− (6)	+	⊕
10	完全正则	− [11]	?	−	−	− [11]	?	−	− [10]	−	−	−	−
11	连通	+	− (7)	+	+	+	− (7)	+	−	+	−	+	⊕
12	*cosmic*(T_3)	+	+ [1]	+	+	+	− [2]	+	−	+	−	+	+ [4]
13	*countable tightness*	+	?	+	+	+	?	+	− (5)	+	−	+	+ [12]
14	*countable type*	?	− [1]	?	− (2)	+	+	+ [13]	+ [10]	− (3)	− (6)	−	−
15	可数紧	+	− [1]	+	+	+	+	+	⊕	+	− (6)	+	⊕
16	可数*meso*-紧	− [1]	− [1]	−	−	+	+	+ [3]	+ [3]	3 ⊕	− (6)	?	−
17	可数*meta*-紧	+ [1]	− [1]	− [1]	−	+	+	+	+ [3]	+	− (6)	+ [14]	−
18	可数仿紧	− [1]	− [1]	−	−	+	+	+ [15]	+ [10]	?	− (6)	− [11]	−
19	可数次仿紧	− [1]	− [1]	−	−	+	?	+	− [16]	+	−	+ [17]	−
20	δθ—基	?	− [1]	?	− (2)	+	− [2]	+ [18]	−	− (3)	−	−	−
21	δθ—可加细	?	− [1]	− [19]	−	?	+	?	+	?	+ [20]	?	−
22	可展	+ [1]	− [1]	− [1]	−	+	− [2]	+ [21]	−	− (3)	−	−	−

编号	映射 空间	有限到一开 象	有限到一开 逆象	开紧 象	开 象	有限到一闭 象	有限到一闭 逆象	完备 象	完备 逆象	闭L 象	闭L 逆象	闭 象	商 象
23	*expandable*	− [1]	− [1]	−	−	+	+	+ [22]	+ [22]	?	− (6)	− [22]	−
24	第一可数	+	− [1]	+	⊕	+ [3]	⊕	− [23]	− (5)	−	−	−	−
25	*Fréchet*	+	− [1]	+	+ [24]	+	⊕	+	− [12]	+	−	+ [24]	− [24]
26	γ	+ [1]	− [1]	− [25]	−	+	− [2]	+ [26]	−	− (3)	−	−	−
27	G_δ-对角线	+ [1]	?	− [1]	−	− [27]	− [2]	−	−	−	−	−	−
28	g—可度量(T_3)	− [1]	− [1]	−	−	?	− [2]	?	−	− (3)	−	−	−
29	*hemicompact*	?	− [1]	?	?	+	+	⊕	⊕	3 +	− (6)	3 ⊕	?
30	遗传正规	− [1]	− [1]	−	−	+	− [28]	+	−	+	−	⊕	−
31	*iso*-紧	?	− [1]	− [19]	−	+	+	⊕	+	?	⊕	?	−
32	K_ω	+	− [1]	+	+	+	+	+	+ [29]	+	− (6)	+	+ [30]
33	κ'	+	− [1]	+	+ [12]	+	?	+	− [12]	+	−	+ [12]	− [12]
34	κ-半分层(T_3)	− [1]	− [1]	−	−	+	− [2]	+	−	+	−	+ [31]	−
35	κ	+	− [1]	+	+	+	+	+	+ [32]	+	− (6)	+	+ [33]
36	*Lašnev*	− [1]	− [1]	−	−	+	− [2]	+	−	+	−	⊕	−
37	*Lindelöf*	+	− [1]	+	+	+	+	+	+	+	⊕	+	⊕
38	局部紧	+	− [1]	+	+ [33]	+	+	+ [33]	+ [11]	− (3)	− (6)	−	−
39	局部连通	+	− [1]	+	+	+	?	+	− (5)	+	−	+	+ [11]
40	M	− [1]	− [1]	−	−	− [34]	+	−	+ [34]	−	− (6)	−	−
41	M^*	− [1]	− [1]	−	−	+	+	+ [35]	+ [35]	− (3)	− (6)	−	−
42	$M^\#$	− [1]	− [1]	−	−	?	+	?	+ [35)	− (3)	− (6)	−	−
43	*meso*-紧	− [1]	− [1]	−	−	+	+	+ [3]	+ [36]	3 ⊕	3 + [20]	4 + [3]	−
44	*meta*-紧	+ [1]	− [1]	− [1]	−	+	+	+	+ [15]	+	3 + [20]	+ [37]	−

编号	映射 / 空间	有限到一开 象	有限到一开 逆象	开紧 象	开 象	有限到一闭 象	有限到一闭 逆象	完备 象	完备 逆象	闭L 象	闭L 逆象	闭 象	商 象
45	*meta-Lindelöf*	⊕	−[1]	−[19]	−	?	+	?	+	?	+[20]	?	−
46	可度量	−[1]	−[1]	−	−	+	−[2]	+[38]	−	−(3)	−	−	−
47	M_1	−[1]	−[1]	−	−	?	−[2]	?	−	?	−	?	−
48	M_3	−[1]	−[1]	−	−	+	−[2]	+	−	+	−	+[39]	−
49	单调正规	−[1]	−[1]	−	−	+	?	+	−[40]	+	−	+[40]	−
50	*Nagata*	−[1]	−[1]	−	−	⊕	−[2]	−[23]	−	−	−	−	−
51	正规	−[1]	−[1]	−	−	+	−[28]	+	−	+	−	⊕	−
52	*ortho*-基	⊕	−[1]	?	−(2)	?	−[2]	−[41]	−	−	−	−	−
53	*ortho*-紧	+[3]	−[1]	−[25]	−	?	?	−[42]	−[43]	−	−	−	−
54	*P*	+[1]	−[1]	−[1]	−	+	+	+	+[44]	+	−(6)	+[44]	−
55	$p(T_{3\frac{1}{2}})$	+[45]	−[1]	−[1]	−	?	+	−[46]	+[47]	−	−(6)	−	−
56	仿紧	−[1]	−[1]	−	−	+	+	+	+[11]	+	3 + [3]	+[48]	−
57	仿*Lindelöf*	−[49]	−[1]	−	−	+	+	+	+	+[50]	+[20]	−[20]	−
58	*perfect*	+[3]	?	−[9]	−	+	?	+	−(5)	+	−	⊕	−
59	*perfectly*正规	−[1]	?	−	−	+	−[28]	+	−	+	−	⊕	−
60	点可数基	+	−[1]	+[51]	−(2)	+	−[2]	+[52]	−	−(3)	−	−	−
61	*pointwise countable type*	+	−[1]	+	+[53]	?	+	−[23]	+[54]	−	−(6)	−	−
62	*primitive*基	3 +	−[1]	3 +[55]	−(2)	+	−[2]	+[56]	−	−(3)	−	−	−
63	伪紧$(T_{3\frac{1}{2}})$	+	−[1]	+	+	+	?	+	−[57]	+	−	+	⊕
64	*q*	+	−[1]	+	⊕	+[3]	+	−[23]	⊕	−	−(6)	−	−
65	拟完备	?	−[58]	−[58]	−	?	+	−[58]	+[58]	−	−(6)	−	−
66	拟可展	+[8]	−[1]	−[59]	−(2)	+	−[2]	+[56]	−	−(3)	−	−	−

编号	映射 / 空间	有限到一开 象	有限到一开 逆象	开紧 象	开 象	有限到一闭 象	有限到一闭 逆象	完备 象	完备 逆象	闭L 象	闭L 逆象	闭 象	商 象
67	拟可度量	+ [1]	− [1]	− [25]	−	+	− [2]	+ [60]	−	− (3)	−	−	−
68	r	+	− [1]	+	⊕	⊕	+	− [23]	⊕	−	− (6)	−	−
69	实紧($T_{3\frac{1}{2}}$)	?	− [1]	?	− [11]	− [11]	+	−	+ [11]	−	?	−	−
70	正则	− [11]	?	−	−	+	+	+ [33]	+ [10]	− (4)	− (6)	−	−
71	*screenable*	− (1)	− [1]	−	−	− [20]	+	−	+	−	+ [20]	−	−
72	半可度量	+ [1]	− [1]	− [1]	−	+ [3]	− [2]	− [23]	−	−	−	−	−
73	半分层	+ [1]	+ [1]	− [1]	−	+	− [2]	+	−	+	−	+ [61]	−
74	可　分	+	⊕	+	+	+	?	+	− (5)	+	−	+	⊕
75	*sequential*	+	− [1]	+	+	+	?	+	− (5)	+	−	+	+ [24]
76	序列紧	+	− [1]	+	+	+	⊕	+	− (5)	+	−	+	⊕
77	*sequentially meso*-紧	− [1]	− [1]	−	−	?	+	− [62]	+ [36]	−	3 + [20]	−	−
78	σ—互不相交基	− (1)	− [1]	−	−	− [63]	− [2]	−	−	−	−	−	−
79	σ—局部可数基	− (1)	− [1]	−	−	+	− [2]	+ [14]	−	− (3)	−	−	−
80	σ—*meta*—紧	⊕	− [1]	− [19]	−	?	+	?	+	?	+ [20]	?	−
81	σ*MK*(T_3)	− [1]	− [1]	−	−	+	− [2]	+ [64]	−	− [65]	−	−	−
82	σ—仿*Lindelöf*	− (1)	− [1]	−	−	+	+	+ [50]	+	− [50]	+ [20]	−	−
83	σ—点有限基	⊕	− [1]	− [9]	−	+	− [2]	+ [52]	−	− (3)	−	−	−
84	σ—*Q*基	⊕	− [1]	− [25]	−	+	− [2]	+ [66]	−	− (3)	−	−	−
85	Σ	− [1]	− [1]	−	−	+	+	+ [67]	+ [67]	?	− (6)	− [68]	−
86	Σ*	?	− [1]	− [1]	−	+	?	+	− [69]	+	−	+ [69]	−
87	Σ#	+ [1]	− [1]	− [1]	−	+	+	+	+ [69]	+	− (6)	+ [69]	−
88	σ(T_3)	+ [1]	+ [1]	− [1]	−	+	− [2]	+	−	+	−	+ [70]	−

编号	映射 / 空间	有限到一开 象	有限到一开 逆象	开紧 象	开 象	有限到一闭 象	有限到一闭 逆象	完备 象	完备 逆象	闭L 象	闭L 逆象	闭 象	商 象
89	严格 $p(T_{3\frac{1}{2}})$	+ [1]	− [1]	− [1]	−	+	+	+ [71]	+ [14]	− (3)	− (6)	−	−
90	强Fréchet	+	− [1]	+	+ [72]	+	⊕	+ [72]	− (5)	− (3)	−	−	−
91	强仿紧	− [20]	− [1]	−	−	− [11]	+	− [73]	+ [15]	−	3 + [3]	−	−
92	强 Σ	− [1]	− [1]	−	−	+	+	+	⊕	+ [68]	− (6)	− [68]	−
93	强 Σ#	⊕	− [1]	− [1]	−	+	+	+	⊕	+	− (6)	+ [68]	−
94	submetrizable	?	?	− [74]	−	− [27]	− [2]	−	−	−	−	−	−
95	次仿紧	− [1]	− [1]	−	−	+	+	+	3 + [75]	+	3 + [3]	+ [75]	−
96	对称度量	+ [1]	− [1]	− [1]	−	+ [76]	− [2]	− [23]	−	−	−	−	−
97	Θ	+ [77]	− [1]	?	− (2)	?	− [2]	?	−	− (3)	−	−	−
98	θ	?	− [1]	?	− (2)	?	− [2]	?	−	− (3)	−	−	−
99	θ—可加细	+ [1]	− [1]	− [1]	−	+	+	+	+ [14]	+	3 + [20]	+ [78]	−
100	一致基	⊕	− [1]	− [1]	−	+	− [2]	+ [37]	−	− (3)	−	−	−
101	弱一致基	⊕	− [1]	− [1]	−	− [27]	− [2]	−	−	−	−	−	−
102	弱 θ—可加细	?	− [1]	− [19]	−	+	+	+ [18]	+	?	+ [20]	?	−
103	弱 δ θ—可加细	?	− [1]	− [19]	−	?	+	?	+	?	+ [20]	?	−
104	$w\Delta$	+ [1]	− [1]	− [1]	−	?	+	?	+ [14]	− (3)	− (6)	−	−
105	$w\gamma$	+ [1]	− [1]	− [25]	−	+	+	+ [3]	+ [8]	− (3)	− (6)	−	−
106	wM	− [1]	− [1]	−	−	+	+	+ [79]	+ [79]	− (3)	− (6)	−	−
107	wN	− [1]	− [1]	−	−	⊕	+	− [3]	+ [8]	−	− (6)	−	−
108	$w\sigma$	+ [8]	− [1]	− [1]	−	+	+	+	+ [8]	+	− (6)	+ [3]	−
109	$w\Theta$	+ [80]	− [1]	?	− (2)	?	+	?	+ [8]	− (3)	− (6)	−	−
110	$w\theta$	?	− [1]	?	− (2)	?	+	?	+ [8]	− (3)	− (6)	−	−

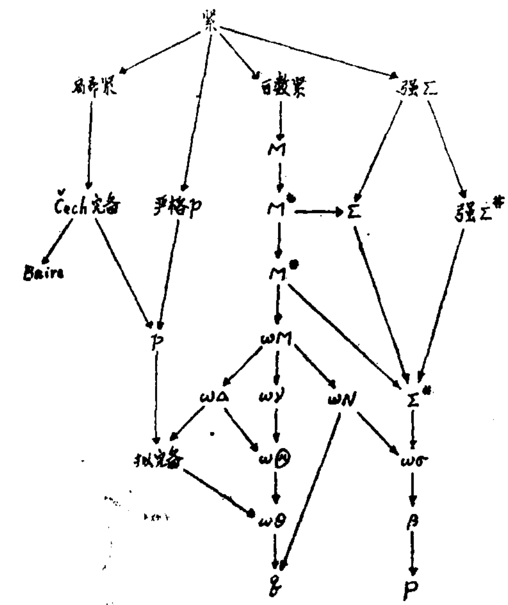

图2　空间之间的关系（一）

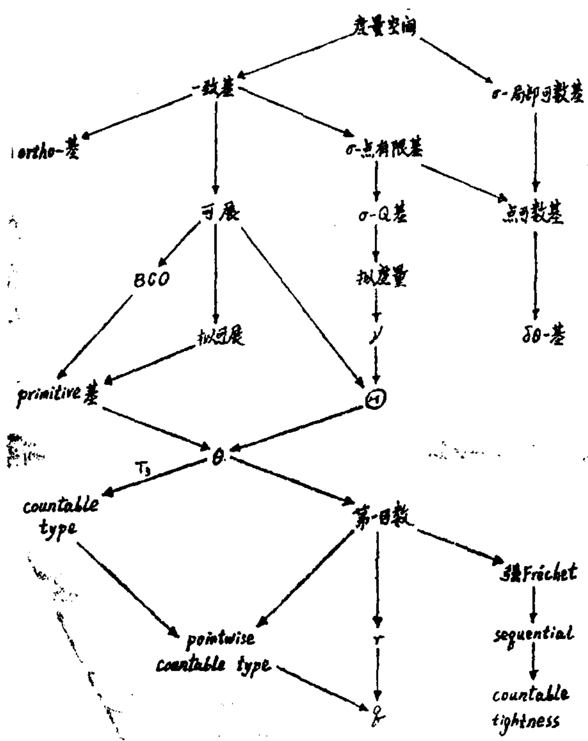

图3　空间之间的关系（二）

* 本节中拓扑性质后圆括号内数字表示表1的编号。

说明：1．[a]表示查文献a或利用文献a可得出．2．(a)表示见第二节例a．3．⊕表示显然正确．4．若拓扑性质p预先假定满足分离公理T_i（在空间一栏中的圆括号内），那么原象空间和象空间都设满足分离公理T_i．

2　例

本节用几个例子说明表一中的一些空间在映射作用下的行为．为了叙述的简洁起见，图2和图3列举出我们要利用的一些空间之间的主要关系．

例1　有限到一开映射不能保持(A)中任何拓扑性质．

(A) screenable (71)*，σ-互不相交基(78)，σ-局部可数基(79)，σ-仿Lindelöf(82)．

证　取X是Heath[81，例1]构造的空间"V"．这时X是一个正则、可展、meta-紧空间[82，P.181－183]．易见，X是F_σ-可度量空间．于是存在可度量空间M及有限到一开映射$f:M\to X$[83]．X不是screenable空间[82，p．181－183]．又因为X是不具有σ-局部可数基[66，p．25]的可展空间，因而X不是σ-仿Lindelöf空间．由于可度量空间M具有(A)中的任一性质，而X不具有(A)中的任一性质，故有限到一开映射不能保持(A)中任一性质．

引理1. 设T是一拓扑性质，并且度量空间具有性质T. 如果存在一个不具有性质T的第一可数空间，那么开映射不保持性质T.

证 设X是一个不具有性质T的第一可数空间. 因为X是第一可数空间，存在度量空间M及开映射$f: M \to X$[51]. 这时M具有性质T，但X不具有性质T. 故开映射不保持性质T.

例2 开映射不能保持(B)中任何拓扑性质.

(B)BCO(4)，*countable type*(14)，$\delta\theta$-基(20)，*ortho*-基(52)，点可数基(60)，*primitive*基(62)，拟可展(66)，Θ(97)，θ(98)，$\omega\Theta$(109)，$\omega\theta$(110).

证 由引理1，只须构造一个不具有上述任何拓扑性质的第一可数空间. 文[84]构造了一个不具有*countable type*的*Nagata*空间. 因为X是一个*Nagata*空间，所以X是第一可数空间. 又因为X是不可度量化空间，于是X既不具有$\delta\theta$-基，也不具有*ortho*-基[66, 定理9]. 再由于X不具有*countable type*，所以X不是$\omega\theta$-空间[77,定理3.2]. 从图二和图三知第一可数空间X不具有(B)中的任何拓扑性质.

例3 闭L映射不能保持(C)中的任何拓扑性质.

(C)BCO(4)，$\check{C}ech$完备(7)，*countable type*(14)，$\delta\theta$-基(20)，可展(22)，γ(26)，g—可度量(28)，局部紧(38)，M^*(41)，$M^\#$(42)，可度量(46)，点可数基(60)，*primitive*基(62)，拟可展(66)，拟度量(67)，σ-局部可数基(79)，σ-点有限基(83)，σ-Q基(84)，严格p(89)，强*Fréchet*(90)，Θ(97)，θ(98)，一致基(100)，$\gamma\Delta$(104)，$w\gamma$(105)，wM(106)，$w\Theta$(109)，$w\theta$(110).

证 让R表示具有通常拓扑的实直线，N是R的由全体自然数所构成的子空间. 这时自然商映射q：R$\to$R$/N$是具有*Lindelöf*纤维的闭映射. 显然R具有(C)中的所有拓扑性质. 因为R$/N$是一个*Lašnev*空间，而一个*Lašnev*空间如果具有拓扑性质：$\delta\theta$-基、强*Fréchet*、q、g-可度量之一，那么它就是可度量化空间[85, 12和86]，故R/N不具有拓扑性质：$\delta\theta$-基、强*Fréchet*、q或者g-可度量. 因而从图二和图三知R/N不具有(C)中的任何拓扑性质. 所以闭L映射不能保持(C)中的任何拓扑性质.

例4 闭L映射不能保持正则性(70).

证 让X是赋予*Niemytzki*切圆盘拓扑的上半平面（含x轴）. 则X是一个正则空间，并且x轴上的有理数集Q与无理磁集I是X的不能用开集分离的闭子集[82,例82]. 这时自然商映射$q: X \to X/Q$是闭L映射，但是X/Q不是正则空间.

引理2、设T是一拓扑性质，并且由单点集所形成的空间具有性质T. 如果存在一个不具有性质T的紧(*Lindelöf*, 有限)空间X，那么性质T不是完备(闭L，有限到一闭)且开映射逆不变的.

事实上，只须作商映射$q: X \to X/X$.

例5 (D)，(E)中的拓扑性质不是完备映射逆不变的.

(D)CCC(6)，*countable tightness*(13)，第一可数(24)，局部连通(39)，

perfect(58)，可分(74)，*sequential*(75)，强*Fréchet*(90)。

(E)序列紧(76)

证　由引理2，只须构造紧空间不具有(D)，(E)中的任何拓扑性质。让X是[82]例43所描述的闭序数空间。那么X是紧空间，并且X不具有拓扑性质：CCC，局部连通，*perfect*，可分[82, P.196－197]。易验证X不是*countable tightness*空间，因而由图三知X不具有拓扑性质：第一可数，序列，强*Fréchet*。总之，紧空间X不具有(D)中的任何拓扑性质。让Y是[82]例105所描述的空间I'，那么Y是非序列紧的紧空间。

例6　(F)，(G)，(H)中的拓扑性质不是闭L映射逆不变的。

(F)*Baire*(3)，$\check{C}$*ech*完备(7)，紧(9)，*countable type*(14)，可数紧(15)，K_ω(32)，κ(35)，局部紧(38)，M(40)，M^*(41)，$M^\#$(42)，P(55)，*pointwise countable type*(61)，q(64)，拟完备(65)，r(68)，严格p(89)，$w\Delta$(104)，$w\gamma$(105)，wM(106)，wN(107)，$w\Theta$(109)，$w\theta$(110)。

(G)β(5)，*hemicompact*(29)，P(54)，Σ(85)，$\Sigma^\#$(87)，强Σ(92)，强$\Sigma^\#$(93)，$\omega\sigma$(108)。

(H)可数*meso*-紧(16)，可数*meta*-紧(17)，可数仿紧(18)，*expandable*(23)，正则(70)。

证　由引理2，只须构造*Lindelöf*空间不具有(F)，(G)，(H)中的任何拓扑性质。让X是[12]例10.1中的空间$Y\times Q$。因为Y和Q都是$\aleph_0$-空间，于是$Y\times Q$是$\aleph_0$-空间，故X是一个*Lindelöf*空间。X不是一个κ-空间[12]，因而X也不是一个q-空间[23]。又因为Q不是一个*Baire*空间，而开映射保持*Baire*性质不变，且投影映射π：$X\to Q$是开映射，所以X也不是*Baire*空间，总之，X不具有拓扑性质：*Baire*，κ，q。这时X不是K_ω-空间[29]，再由图二和图三知X不具有(F)中的任何拓扑性质。让Y是[87]中所描述的空间X'（即*Michael*直线）。则Y是一个*Lindelöf*空间。由于Y与一度量空间之积不是正规空间，所以Y不是一个P-空间[44]。又因为第一可数的*hemicompact*空间是局部紧空间[88]。而局部紧的*Lindelö*空间是P-空间，所以Y不是一个*hemicompact*空间，即Y既非半紧空间，又不是P-空间所以Y不具有(G)中的任何拓扑性质(见图二)。让Z是[82]中例63所描述的空间。则Z是一个非正则的*Hausdorff*、*Lindelöf*空间，并且Z不是可数*meta*-紧空间。这时*Lindelöf*空间Z不具有(H)中的任何拓扑性质。

例7。连通性(11)不是有限到一、开、闭映射逆不变的。

证　由恰有两点构成的离散拓扑空间不是一个连通空间。由引理2，连通性不是有限到一、开、闭映射逆不变的。

附注。今年恰逢高国士教授70寿辰。高教授从60年代起一直致力于一般拓扑学的研究，取得了一系列引人注目的成就，尤其是关于M_1-空间的映射定理，以及关于*meso*-紧空间的映射定理[3]。作者多年来受高教授的教导，就是本文的结构，取材等方面也得到高教授的指教。为了表达作者的深厚的谢意，把本文献给高国士教授。

参考文献

1 Gittings R F. Open mapping theory. Set-Theoretic Topojogy, Academic Press, 1977; 141—191

2 Mancuso V J. Inverse, images and first countability. Gen Top Appl, 1972; 2: 29-44

3 高国士等著. 仿紧性与广义度量空间. 南京：江苏科学技术出版社，1988

4 Michael E. $\aleph_0$-spaces. J Math Mech, 1966; 15: 983-1002

5 Aarts J M, Lutzer D J. Completenss properties designed for recognizing Baire spaces. Dissertations Math, 1974; 116

6 Wicke H H, Worrell Jr J M. Open continuous mappings of spaces having bases of countable order. Duke Math J, 1967; 34: 255-272

7 Worrell Jr J M. The closed continuous images of metacompact topological spaces. portugal Math, 1966; 25: 175-179

8 夏省祥. 广义度量空间的一些注记（待发表）

9 Chaber J. Metacompactness and the class MOBI. Fund Math, 1976; 91: 211-217

10 Henriksen M, Isbell J R. Some properties of compactifications. Duke Math J; 1958: 25: 83-105

11 Engelking R. General Topology. Warszawa: PWN, 1977

12 Michael E. A quintuple quotient quest. Gen Top Appl, 1972; 2: 91-138

13 Čoban M M. Perfect mappings and spaces of countable type. Vestnik Moskov Univ Ser I Mat Meh, 1967; 22(6): 87-93

14 Burke D K. Closed mappings. Surveys in Gen Top, Academic Press, 1980; 1-32

15 Hanai S, On closed mappings II. Proc Japan Acad, 1956; 32: 388-391

16 Kramer H R. A note on countably subparacompact spaces. Pac J Math, 1973; 46: 209-213

17 Singal M K, Jain P. On subparacompact and countably sub-paracompact spaces. Bull Austral Math Soc, 1971; 5: 289-304

18 Burke D K. Perfect images of spaces With a $\delta\theta$-base and Weakly $\delta\theta$-refinable spaces. Top Appl, 1984; 18: 81-87

19 Bennett H R. On open-compact images of metacompact spaces. Top Proc, 1979; 4: 339-343

20 Burke D K. Covering properties. Handbook of Set-Theoretic Topology. Amsterdan: North-Holland, 1984: 347-422

21 Worrell Jr J M. Upper semicontinuous decompositions of developable spaces. Proc Amer Math Soc, 1965; 16: 485-490

22 Krajewski L L. On expanding locally finite collections. Canad J Math, 1971; 23: 58-68

23 Lutzer D J. Semimetrizable and stratifiable spaces. Gen Top Appl, 1971; 1: 43-48

24 Franklin S P. Spaces in Which sequences suffice. Fund Math, 1965; 57: 107-115

25 Kofner J. Open compact mappings, Moore. spaces and ortho-compactness. Rocky Mount Math J, 1982; 12: 107-112

26 Kofner J. Closed mapping and quasi-metrics. Proc Amer Math Soc, 1980; 80: 333-336

27 Popov V. A perfect map need not preserve a G_δ-diagonal. Gen Top Appl, 1977; 7: 31-33

28 Reed G M. On normality and countable paracompactness, Fund Math, 1980; 110: 145-152

29 Franklin S P, Thomas B. A survey of K_ω-spaces. Top Proc, 1977; 2: 111-124

30 Morita K. On decomposition spaces of locally compact spaces, Proc Japan Acad, 1956; 32: 544-548

31 Gao Zhiming. Q & A in Gen Top, 1987; 5(2)

32 Arhangel'skii A V. Bicompact sets and the topology of spaces. Soviet Math Dokl, 1963; 4: 561-564

33 Kelley J L. General Topology. New York, 1955

34 Morita K. Some properties of M-spaces. Proc Japan Acad, 1967; 43: 869-872

35 Ishii T. On closed mappings and M-spaces I, II. Proc Japan Acad, 1967; 43: 752-756, 757-761

36 Mancuso V J. Mesocompactness and related properties. Pacific J Math, 1970; 33: 345-355

37 Worrell Jr J M. The closed continuous images of metacompact topological spaces. Portugal Math, 1966; 25: 175-179

38 Morita K, Hanai S. Closed mappings and metric spaces. Proc Japan Acad, 1956; 32: 10-14

39 Borges C J R. On stratifiable spaces. Pacific J Math, 1966; 17: 1-16

40 Heath R W, Lutzer D J, Zenor P. Monotonically normal spaces. Trans Amer Math Soc, 1973; 178: 481-493

41 Lindgren W F, Nyikos P J. Spaces with bases satisfying certain order and intersection properties. Pacific J Math, 1976; 66: 455-476

42 Burke D K. Orthocompactness and aerfect mappings. Proc Amer Math Soc, 1980; 78: 484-486

43 Scott B. Toward a product theory for orthocompactness. Studies in Topology Academic Press, 1975

44 Morita K. Products of normal spaces with metric spaces. Math Ann, 1964; 154: 365-382

45 Pareek C M. Open finite-to-one mappings on p-spaces. Math Jap, 1983; 28: 9-13

46 Chaber J. Perfect images of p-spaces. Proc Amer Math Soc, 1982; 85: 609-614

47 Arhangel'skii A V. On a class of spaces containing all metric all locally bicompact spaces. Soviet Math Dokl, 1963; 4: 1051-1055

48 Michael E. Another note on paracompact spaces. Proc Amer Math Soc, 1957; 8: 822-828

49 Fleissner W G, Reed G M. Paralindelöf spaces and spaces with a σ-locally countable base. Top Proc, 1977; 2: 89-110

50 Burke D K. Paralindelöf spaces and closed mappings. Top Proc, 1980; 5: 47-57

51 Ponomarev V I. Axioms of countability and continuous mappings. Bull Acad Pol Sci Ser Matn, 1960; 8: 127-133

52 Filippov V V. Preservation of the order of a base under a perfect mapping. Soviet Math Dokl, 1968; 9: 1005-1007

53 Wicke H H. On the Hausdorff open continuous images of Hausdorff paracompact p-spaces. Proc Amer Math Soc, 1969; 22: 136-140

54 Arhangel'skii A. V. Bicompact sets and the topology of spaces. Trans Mosc Math Soc, 1965; 13: 1-62

55 Wicke H H, Worrell Jr J M. A characterization of primitive bases. Proc Amer Math Soc, 1975; 50: 443-450

56 Burke D K. Spaces with a primitive base and perfect mappings.

57 Hanai S, Okuyama A. On pseudocompactness and continuous mappings. Proc Japan Acad, 1962; 38: 136-140

58 Gittings R F. Concerning quasi-complete spaces. Gen Top Appl, 1976; 6: 73-89

59 Chaber J. More nondevelopable spaces in MOBI. Proc Amer Math Soc, 1988; 103: 307-313

60 Kofner J. Quasi-metrizable spaces .Pacific J Matn, 1980; 88: 81-89

61 Creede G D. Concerning semi-stratifiable spaces. Pacific J Math, 1970; 22: 47-54

62 Boone J R. Examples relating to mesocompact and sequentially mesocompact spaces. Fund Math, 1972; 77: 91-93

63 Burke D K. Preservation of certain base axioms under a perfect mapping. Top Proc, 1976; 1: 269-279

64 Siwiec F. Countable spaces having exactly one nonisolated point I. Proc Amer Math Soc, 1976; 57: 345-350

65 Siwiec F. A note on identifications of metric spaces. Proc Amer Math Soc, 1976; 57: 340-344

66 Aull C E. A survey paper on some base axioms, Top Proc, 1978; 3: 1-36

67 Nagami K. Σ-spaces. Fund Math, 1969; 55: 169-192

68 Michael E.On Nagami' s Σ-spaces and some related matters.Proc Washington State Univ Top Conf, 1970: 13-19

69 Okuyama A. On a generalization of Σ-spaces. Pacific J Math, 1972; 42: 485-495

70 Siwiec F, Nagata J. A note on nets and metrization. Proc Japan Acad, 1968; 44: 623-627

71 Davis S W. The strict p-space problem. Top. Proc, 1985; 10: 277-292

72 Siwiec F. Sequence-covering and countably-bi-quotient mappings. Gen Top Appl, 1971; 1: 143-154

73 Ponomarev V I. On paracompact spaces and their continuous mappings. Soviet Math Dokl, 1962; 3: 347-350

74 Slaughter F. Mapping of submetrizable spaces(to appear)

75 Burke D K. On suhparacompact spaces. Proc Amer Math Soc, 1969; 23: 655-663

76 Tanaka Y. On symmetric spaces. Proc Japan Acad, 1973; 49: 106-111

77 Fletcher P, Lindgren W F. θ-spaces. Gen Top Appl, 1978; 9: 139-153

78 Junnila H J K. On submetacompactness. Top Proc, 1978; 3: 375-405

79 Ishii T. M-spaces and closed maps. Proc Japan Acad, 1970; 46: 16-21

80 Gittings R F. Open mapping theory: Set-Theoretic Topology, Academic Press, 1977; 141-191

81 Heath R W. Screenability, pointwise paracompactness and metrization of Moore spaces. Canad J Math, 1964; 15: 763-770

82 Steen L A. Seebach Jr J A. Counterexamples in Topology, 2nd ed, New York: Springer-Verlag, 1978

83 Chaber J. Open finite-to-one images of metric spaces. Top Proc, 1982; 14: 241-246

84 Sabella R R. Spaces in which compact sets have countable local bases. Proc Amer Math Soc, 1975; 48: 499-504

85 Aull C E. Quasi-developments and $\delta\theta$-bases. J Londan Math Soc, 1974; 9: 197-204

86 Siwiec F. On defining a space by a weak base. Pacific J Math, 1974; 52: 233-245

87 Michael E. The product of a normal space and a metric space need not be normal. Bull Amer Math Soc, 1963; 69: 375-376

88 Arens R. A topology for spaces of transformations. Ann Math, 1946; 47: 480-495

ON SPACES AND MAPPINGS

TO PROFESSOR GAO GUOSHI ON HIS 70TH BIRTHDAY

Lin Shou

Ningde Teachers College, Fujian

Abstract: In this paper a survey is given on invariants and inverse invariants of more one hundred topological space classes which play a certain role in study of theory of topological spaces under quotient mappings, closed mappings, closed mappings with Lindelof fibers, perfect mappings, finite to-one closed mappings, open mappings, open-compact mappings and finite to-one open mappings.

Keywords: quotient mapping, closed mapping, open mapping, compact mapping.

（本文责任编辑：董张维）